Problème A

Bavardage optimal

Le but de ce problème est de s'intéresser au bavardage de personnes invitées à une soirée, et d'essayer d'optimiser le nombre de discussions privées nécessaires à la diffusion d'un ensemble de ragots. Il s'agit d'une variation sur un problème de diffusion d'information par téléphone introduit dans les années 70 par les compagnies de téléphones (le "gossiping").

Soient n personnes, notées $P_1, \dots, P_n$, participant à une soirée organisée par monsieur X. Chacune de ces personnes

- connaît un ragot sur monsieur X (notons $\{i\}$ l'information connue par la personne P_i , pour faciliter la modélisation),
- veut connaître un ensemble spécifique de ragots sur monsieur X (notons S_i l'information voulue par la personne P_i , S_i étant un sous-ensemble de $\{1, 2, \dots, n\}$).

Mais bien sûr, ces personnes ne peuvent pas discuter dans le salon en face de monsieur X, et elles se rencontrent en fait 2 par 2 dans la cuisine, en échangeant toutes les informations dont elles disposent au moment de cette rencontre (après la rencontre les deux bavards connaissent le même ensemble d'informations, qui est l'union de ce que chacun connaissait avant la rencontre). Au cours de chaque rencontre dans la cuisine, elles boivent alors un verre. Le traiteur de cette soirée, qui est au courant de ce petit manège, souhaite savoir combien de bouteilles il doit prévoir. Le but du problème est de calculer le nombre minimum de discussions qui doivent avoir lieu pour que tout le monde soit satisfait, c'est-à-dire connaisse **AU MOINS** les informations qui l'intéressent.

Entrée

L'entrée du programme se composera d'une seule ligne d'entiers (compris entre 0 et 9) structurée comme suit :

- l'entier n décrivant le nombre de personnes (on impose que $9 \geq n \geq 3$),
- n sous-ensembles de $\{1, 2, \dots, n\}$ (représentant les informations $S_1, \dots, S_n$ que veulent respectivement connaître les personnes $P_1, \dots, P_n$), chacun suivi d'un 0,
- deux entiers successifs sur cette ligne ne doivent être séparés que par un espace,
- aucun espace superflu ne doit être inséré en début ou fin de ligne,
- la ligne d'entrée se termine par un retour charriot.

IMPORTANT. Pour des raisons de rapidité des tests, n'essayez pas des entrées pour plus de 5 personnes (le problème est NP-difficile).

Sortie

La sortie sera un entier, égal au nombre minimum de fois où deux personnes doivent s'isoler dans la cuisine pour échanger des ragots. Il ne devra pas être précédé ou suivi d'espaces superflus.

Exemple (1)

Exemple d'entrée

5 2 5 0 5 1 0 4 0 2 3 5 0 2 3 0

Exemple de sortie

4

Commentaires

En effet

- la personne P1 veut apprendre au moins les informations détenues au départ par P2 et P5 ($S_1 = \{2, 5\}$);
- la personne P2 veut apprendre au moins les informations détenues au départ par P1 et P5 ($S_2 = \{1, 5\}$);
- la personne P3 veut apprendre au moins les informations détenues au départ par P4 ($S_3 = \{4\}$);
- la personne P4 veut apprendre au moins les informations détenues au départ par P2, P3 et P5 ($S_4 = \{2, 3, 5\}$);
- la personne P5 veut apprendre au moins les informations détenues au départ par P2 et P3 ($S_5 = \{2, 3\}$);
- et cette dissémination d'informations peut être effectuée en 4 échanges entre personnes ((P3, P4), (P5, P2), (P1, P2), (P5, P4), par exemple) et pas moins.