

Problème B

Le pgcd de 2 nombres de la suite de Fibonacci

La suite de Fibonacci est définie récursivement de la façon suivante pour la suite d'indices $0, 1, \dots, n$:

- $\text{fibonacci}(0) = 0$
- $\text{fibonacci}(1) = 1$
- ...
- $\text{fibonacci}(n) = \text{fibonacci}(n-1) + \text{fibonacci}(n-2)$

L'algorithme d'Euclide permet de calculer le pgcd de 2 nombres entiers positifs ou nuls à partir de la propriété suivante :

- $\text{pgcd}(n, 0) = n$
- si $m > 0$: $\text{pgcd}(n, m) = \text{pgcd}(m, n \bmod m)$

Ce calcul implique la réalisation d'un certain nombre d'opérations module (mod).

Le but du programme à concevoir est de donner le nombre de divisions à effectuer pour le calcul des pgcd d'une série de couples de nombres de la suite de Fibonacci désignés par leur indice.

Entrée

Une suite de couples d'entiers ≥ 0 . Chaque couple est donné sur une ligne terminée par un point. Les entiers du couple sont séparés par une virgule. Chaque entier est l'indice d'un nombre de la suite de Fibonacci

L'entrée se termine par une ligne contenant le mot « fin » suivi d'un point.

Sortie

Des lignes donnant pour chacune d'elles un couple et le résultat correspondant sous la forme $n, m \rightarrow r$. Ces lignes doivent être disposées par résultats (nombres d'opérations module) croissants et en cas d'égalité sur ce nombre par premier indice croissant puis par second indice croissant.

Exemple 1

On doit déterminer le nombre d'opérations module (mod) requis pour calculer le pgcd de fibo(3) et fibo(4) puis de fibo(6) et fibo(8).

Exemple d'entrée

3,4.
6,8.
fin.

Exemple de sortie

3,4->3
6,8->6

Exemple 2

Exemple d'entrée

6,8.
4,3.
fin.

Exemple de sortie

4,3->2
6,8->6

Exemple 3

Exemple d'entrée

2,2.
4,4.
0,1.
fin.

Exemple de sortie

0,1->1
2,2->1

4,4->1